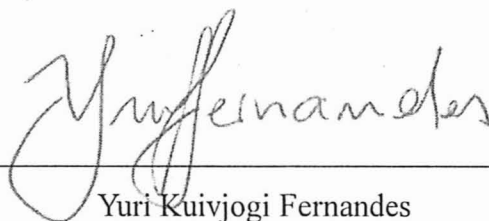
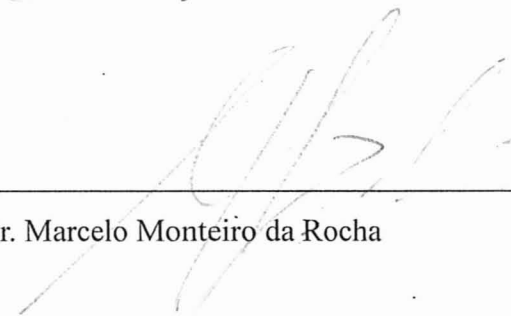
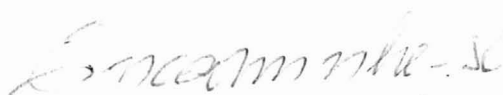


De acordo,



Yuri Kuivjogi Fernandes



Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

AGRADECIMENTOS

Sou grato a meus pais, Gersio e Ivani, pelo apoio durante todos meus estudos, e por batalharem pelas minhas oportunidades de crescimento profissional; a minha esposa, Vanessa, por me apoiar e me dar suporte com amor e paciência; a meu orientador e professor, Marcelo, pela compreensão, orientação e correções; a meus colegas de estudos, por esses 5 anos juntos, de amizades, conversas, risadas e aprendizado; a CAE pela disponibilização do programa Datamine©.

RESUMO

FERNANDES, Y. K., A influência do *infill* no efeito de informação para a estimativa geoestatística. São Paulo: Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 2017.

Na área minerária a adição de novas informações ao empreendimento, comumente chamada de *infill*, é de suma importância durante todo seu período de atividade, desde o processo de exploração até a extração. É usual que o *infill* seja feito por meio da realização de novos furos de sondagens ou abertura de galerias e poços. Neste trabalho, simulou-se um *infill* em um depósito sintético, baseado em depósitos reais. O *infill* foi realizado com o auxílio de técnicas de otimização com o intuito de definir onde alocar os furos para que os dados gerados reflitam da melhor maneira possível os dados reais. A otimização refere-se à utilização de um conjunto de métodos matemáticos visando encontrar a melhor solução possível para determinado problema. A função objetivo escolhida para este trabalho foi a minimização da variância dos blocos. Além disso, durante a criação do algoritmo do *infill*, foi utilizada uma técnica meta-heurística chamada *simulated annealing*, a fim de evitar soluções locais que descartariam soluções globais. Usando apenas o *infill*, observou-se relativo ganho de representatividade na base de dados. Posteriormente, com a realização da krigagem sobre as bases com novos furos simulados, observou-se maior eficiência quanto a quantidade de dados estimados e a proximidade de seus valores estatísticos com os dados reais.

ABSTRACT

FERNANDES, Y. K., The infill influence on the information effect for the geostatistical estimation. São Paulo: Institute of Geosciences, University of São Paulo, 2017.

In the mining area, the addition of new information to the enterprise, commonly called infill, has an paramount importance during its entire period of activity, from the exploration process to the extraction. It is usual for infill to be made by drilling new boreholes or opening mine galleries and wells. In this work, we simulated an infill in a synthetic deposit, based on real deposits. The infill was performed with the aid of optimization techniques in order to define where to allocate the holes, in order that the generated data reflects as best is possible the real data. The optimization refers to the use of a set of mathematical methods to find the best possible solution for a given problem. The objective function chosen for this work was the minimization of the variance of the blocks. In addition, during the creation of the infill algorithm, a meta-heuristic technique called simulated annealing was used in order to avoid local solutions that would repel global solutions. Using just the infill, we observed a relative gain in the database representativeness. Subsequently, with the performance of kriging on the bases with new simulated holes, a greater efficiency was observed in the amount of estimated data and the proximity of its statistical values with the real data.

SUMÁRIO

I.	INTRODUÇÃO	6
II.	OBJETIVOS	6
III.	JUSTIFICATIVA.....	7
IV.	FUNDAMENTAÇÃO BIBLIOGRÁFICA	7
a)	Geoestatística	7
b)	Otimização.....	11
c)	<i>Simulated Annealing</i>	12
V.	MATERIAIS E MÉTODOS	12
VI.	RESULTADOS OBTIDOS	17
VII.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES	33
VIII.	REFERÊNCIAS	34

I. INTRODUÇÃO

Quando se trata de avaliação de recursos minerais, um dos principais tópicos discutidos é sobre a classificação destes, que podem ser inferidos, indicados ou medidos. Para realizar a classificação é necessário ter conhecimento mínimo prévio do depósito, por meio de mapeamento, coleta e análise de amostras feitas por investigações diretas, ou seja, furos de sonda, galerias, poços etc. É evidente que, quanto maior for a quantidade de informações sobre o depósito mais confiável será a classificação dos recursos minerais, possibilitando o investimento mais seguro para a implantação do empreendimento.

Assim, o objetivo é diminuir as incertezas e conseguir o maior conhecimento possível sobre o depósito. A geoestatística busca, partindo primeiramente da amostragem bem planejada, e posteriormente, por análise geoestatística, estimativa e modelagem, calcular o tamanho do depósito para que haja segurança no empreendimento mineiro. Mesmo quando a amostragem é bem planejada é usual adicionar informações a esta, por meio da realização de novos furos de sonda ou outros tipos de amostragem. A este procedimento se dá o nome de *infill* da base de dados.

Desta forma, será analisado o efeito do *infill* otimizado por *simulated annealing* na quantificação de teores e volumes em um depósito mineral sintético de cobre. O estudo será feito usando uma base de dados sintética amostrada através de duas malhas que serão complementadas por *infill* e cujos resultados serão comparados com a base de dados original.

II. OBJETIVOS

Pretende-se neste trabalho estudar a influência do *infill* de dados em malhas com diferentes níveis de informação. Serão utilizadas duas malhas de amostragem aleatória para fazer a quantificação do minério de cobre, utilizando rotinas convencionais de avaliação, ou seja, análise estatística e geoestatística dos dados e estimativa de teores. Após, serão projetados dois *infills*, sendo um em cada malha, feita nova quantificação e os resultados serão comparados para verificar como o *infill* influenciou os resultados.

Para tanto, metas precisarão ser cumpridas, i.e., análise estatística e geoestatística dos dados, estimativa de teores, *infill* e refazer os passos descritos anteriormente e, por fim, comparar todos os resultados.

III. JUSTIFICATIVA

Devido à dificuldade de acesso às informações em depósitos minerais é usual que as empreendedoras do ramo realizem campanhas de sondagem, com o intuito de conhecer o corpo mineralizado bem como suas formas e dimensões. Porém, mesmo após a implementação, durante a fase de exploração, é necessária a realização de novos furos acarretando mais custos.

Para que se obtenha a maior quantidade e qualidade das informações é crucial que os novos furos tenham suas posições bem calculadas. Caso a localização não seja bem ajustada, as informações geradas podem ser insuficientes, fazendo com que o investimento não resulte em retorno satisfatório. Com o objetivo de maximizar a eficiência das locações dos furos, utilizam-se técnicas de otimização, evitando assim, gastos extras.

Por meio da otimização, pode-se selecionar regiões específicas – devido à pouca quantidade de informação ou informação obtida pouco representativa - e alocar os furos de maneira rápida e eficiente. Com isso, as posteriores modelagens se basearão em dados mais representativos expressando valores mais próximos dos teores presentes no depósito.

IV. FUNDAMENTAÇÃO BIBLIOGRÁFICA

a) Geoestatística

Para iniciar a quantificação de recursos minerais de depósitos minerais é realizada a amostragem, ou seja, a coleta de dados. Esta geralmente é feita por meio de testemunhos de furos de sonda. A definição dos locais a serem amostrados pode ser feita de três formas: aleatória simples, quando não há um padrão quanto à coleta de amostras; sistemática, quando há padrão estabelecido; e, aleatória estratificada quando se necessita separar as amostras em conjuntos. A escolha da forma de coleta é feita de acordo com os objetivos da pesquisa (Yamamoto & Landim, 2015).

Após a amostragem, é realizado o que se chama de cálculo do teor composto, o qual será útil para regularizar os dados. Realiza-se o cálculo porque as amostras nos furos nem sempre são descritas e analisadas segundo comprimentos constantes, o que pode enviesar o trabalho. Também denominado regularização de amostras, o cálculo é realizado como sendo a média ponderada do teor da amostra pelo seu comprimento dentro de intervalos predefinidos, por exemplo, bancadas. (Yamamoto, 2002).

Deve-se realizar o cálculo da estatística descritiva. Isto inclui as medidas de tendência central - média, mediana e moda - as de dispersão em torno da média - variância, desvio padrão e coeficiente de variação - e as de forma - assimetria e curtose. O objetivo principal é conhecer a base de dados, suas distribuições e verificar possíveis problemas da amostragem, realizando a correção, se necessário (Yamamoto, 2002).

A grande diferença entre estatística e geoestatística está no uso de variáveis regionalizadas, que são representadas por $Z(x)$, sendo Z a variável de interesse e x o vetor posição da amostra, podendo ser definida como qualquer função numérica cuja distribuição espacial varia com continuidade aparente, porém essa variação não pode ser representada por uma função determinística (Yamamoto, 2001).

Para o uso das variáveis regionalizadas deve-se assumir a hipótese intrínseca, a qual afirma que a variância espacial entre dois pontos amostrados é, em média, a mesma em todo o domínio e depende apenas da direção e da distância utilizada para a comparação (Yamamoto, 2001).

Utiliza-se como ferramenta na geoestatística a função semivariograma, conforme:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2$$

Onde:

$\gamma(h)$ = semivariância espacial;

$Z(x_i)$ = variável regionalizada localizada no ponto x_i ;

$Z(x_i + h)$ = a variável regionalizada localizada no ponto $x_i + h$;

n = o número de pares de pontos separados por uma distância h .

O gráfico do variograma, figura 1, possui algumas propriedades (Yamamoto, 2001), conforme:

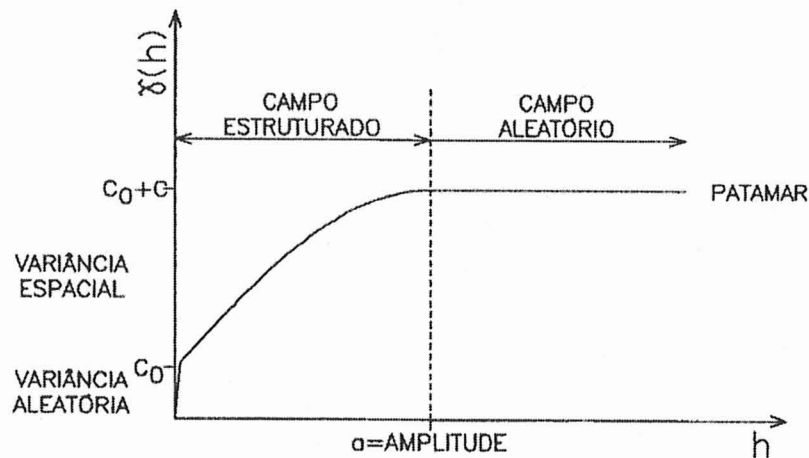


Figura 1: Exemplo de variograma típico, mostrando algumas de suas propriedades. Fonte: Yamamoto (2001).

Amplitude: distância a partir da qual as amostras passam a ser independentes. Com base nisto, quanto maior for a amplitude mais homogêneas serão as amostras.

Patamar: valor de variância no qual o variograma se estabiliza.

Efeito Pepita: valor da função variograma em distâncias próximas à origem, sendo necessariamente zero quando $h=0$.

Variância Espacial: dada pela diferença entre o patamar e o efeito pepita.

Calculado o variograma experimental, o passo seguinte é ajustar um modelo teórico de variograma ao variograma experimental, usando modelos de aproximação matemática. Dentre os modelos mais comuns temos os modelos esférico, exponencial e gaussiano, representados, respectivamente, pelas expressões:

$$\begin{cases} \gamma(h) = C_o + C \left[\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right]; & \text{para } h < a \\ \gamma(h) = C_o + C; & \text{para } h \geq a \end{cases}$$

$$\gamma(h) = C_o + C[1 - e^{(-\frac{h}{a})}]$$

$$\gamma(h) = C_o + C[1 - e^{((\frac{-h}{a})^2)}]$$

Onde:

$\gamma(h)$ = semivariância espacial;

C = variância espacial;

C_0 = efeito pepita;

h = distância entre amostras;

a = amplitude.

A modelagem do variograma é feita interativamente por meio da definição de parâmetros como efeito pepita, variância espacial para determinação da função teórica que descreve o fenômeno. Cabe ressaltar que o variograma experimental é elaborado a partir da amostragem realizada, ou seja, trata-se de uma função discreta; já o modelo teórico de variograma é uma função contínua, aproximada, que poderá ser utilizada para o estudo e tratamento dos dados (Yamamoto & Landim, 2015).

Por fim, realiza-se a krigagem, um processo geoestatístico de estimativa de valores de variáveis distribuídas no espaço e/ou tempo a partir dos pontos próximos ao ponto a ser estimado. Dentre os tipos de krigagem existentes tem-se a krigagem ordinária, que apesar de ser considerada um método simples, pois utiliza a média ponderada, com ponderadores obtidos a partir da informação estrutural do modelo do variograma, gera resultados não enviesados (Yamamoto & Landim, 2015).

Outra grande vantagem da krigagem ordinária é poder realizá-la imediatamente na base de dados originais, porém deve-se satisfazer duas condições de restrição: A) que o estimador não seja enviesado; e B) que a variância de estimativa seja mínima. Segundo Journel e Huijbregts (1978) apud Yamamoto (2001) para que a condição A seja obtida, a diferença entre o valor real e o calculado deve ser, em média, igual a zero, conforme:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Esta equação é resultado do desenvolvimento da expressão da esperança do erro. E para que a condição B seja obtida utiliza-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange que será inserida junto ao sistema de equações da krigagem ordinária.

O estimador da krigagem ordinária é escrito como:

$$Z_{ko}^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

Sendo que:

$Z_{ko}^*(x_0)$ é o valor no ponto estimado;

λ_i é o peso que cada amostra recebe na estimativa;

$Z(x_i)$ é o valor das amostras utilizadas na estimativa.

Os ponderadores são obtidos a partir de um sistema de equações lineares, chamado equações de krigagem, de tal forma que a variância do erro seja mínima. Procura-se, portanto, minimizar a função da variância do erro, que será possível por meio da aplicação da técnica dos multiplicadores de Lagrange. A equação da krigagem pode ser representada por um sistema de matrizes do tipo $AX=B$, conforme:

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \dots & \gamma(x_2 - x_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \gamma(x_n - x_2) & \dots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_0 - x_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sendo $\gamma(x_n - x_n)$ a variância espacial entre as amostras, $\gamma(x_0 - x_n)$, a variância espacial entre as amostras e o ponto a ser estimado, e μ o multiplicador de Lagrange, que garantirá a condição de não viés para a krigagem ordinária, onde a soma dos ponderadores é igual a 1 (Yamamoto, 2001).

b) Otimização

Otimização pode ser definida como um conjunto de métodos matemático-analíticos que visam selecionar a melhor solução para determinado problema. Para encontrar a solução define-se uma função com no mínimo dois parâmetros, e tenta-se maximizar ou minimizar seu resultado, variando seus parâmetros. A esta função dá-se o nome função objetivo. Isto é feito de forma iterativa, mudando parâmetros sequencialmente e comparando resultados. Durante o processo, caso seja obtida uma melhora no resultado, os parâmetros são fixados como a melhor solução para o problema. O processo é repetido até determinado critério de parada definido pelo usuário ou caso se esgotem todas as possíveis combinações de parâmetros (Snyman, 2005).

Ao conjunto de todos parâmetros possíveis de serem utilizados durante a otimização é dado o nome de espaço de parâmetros e ao conjunto de todos os resultados possíveis,

norte-sul, resultando na mineralização de cobre. As rochas encaixantes são constituídas por intercalações de meta-arenitos e filitos.

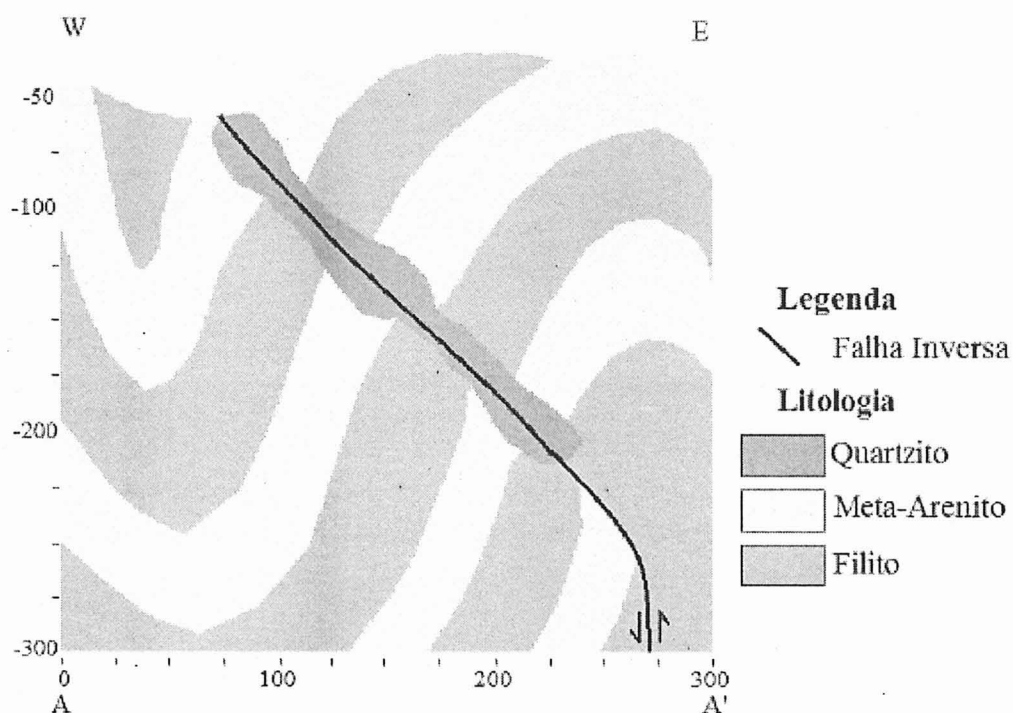


Figura 2: Perfil do depósito sintético. Unidades de medida lateral e horizontal em metros. Fonte: Takafuji (2015).

Os valores da estatística descritiva reais apresentados por Takafuji (2015) são:

Tabela 1: Valores reais do depósito.

Valores reais	
Média	0,7
Desvio Padrão	0,4
Coef. de Variação	58,7
Máximo	9,8
Quartil Superior	0,7
Mediana	0,5
Quartil Inferior	0,5
Mínimo	0

norte-sul, resultando na mineralização de cobre. As rochas encaixantes são constituídas por intercalações de meta-arenitos e filitos.

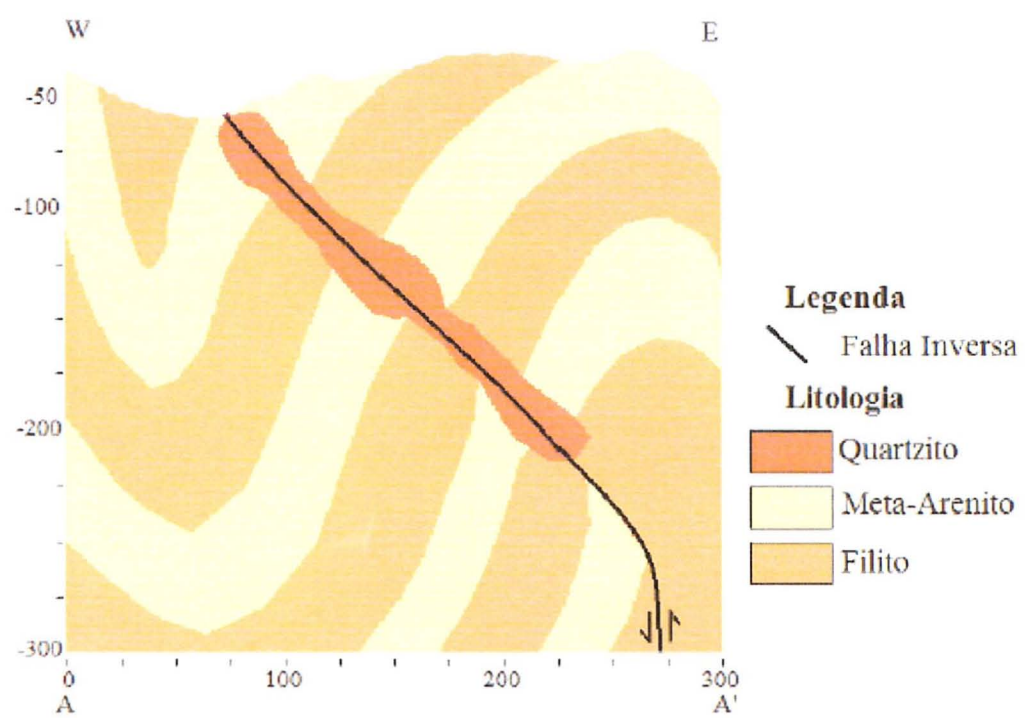


Figura 2: Perfil do depósito sintético. Unidades de medida lateral e horizontal em metros. Fonte: Takafuji (2015).

Os valores da estatística descritiva reais apresentados por Takafuji (2015) são:

Tabela 1: Valores reais do depósito.

Valores reais	
Média	0,7
Desvio Padrão	0,4
Coef. de Variação	58,7
Máximo	9,8
Quartil Superior	0,7
Mediana	0,5
Quartil Inferior	0,5
Mínimo	0

Os dados que serão utilizados são de Ramos (2016), compostos por duas bases. A primeira, a partir de agora denominada base A, é composta por 32 furos de sonda, e a segunda, denominada base B, é resultado do *infill* testado por Ramos (op. cit.) que consiste na base A adicionada de 11 furos, totalizando 43 furos. A amostragem é do tipo aleatória, formando uma malha irregular com porções com maior concentração de pontos, conforme observado na Figuras 5. As sondagens possuem direção N270°/45°, perpendiculares ao plano de falha, sendo apenas uma vertical, e regularizadas com teores de cobre a cada 5 metros de profundidade.

A função de *infill* utilizada neste trabalho também foi disponibilizada por Ramos (2016), a qual tem como objetivo identificar os melhores pontos da malha para fazer novas sondagens, a fim de diminuir incertezas sobre o depósito estudado. Será utilizado o método de otimização de *simulated annealing* com função objetivo definida como a variância dos blocos, buscando sua minimização.

O algoritmo da função *infill* usando *simulated annealing* requer do usuário as seguintes informações: função objetivo, parâmetros de simulação base inicial, número de iterações a serem realizadas, número de novos furos a serem alocados, amostragem inicial, coordenadas de mínimo e máximo para Leste e Norte, cota da boca dos furos, atitude dos furos e distância entre amostras e comprimento máximo do furo a ser alocado e o método de resfriamento.

Durante o processo, a cada iteração, a função Temperatura é calculada, sendo que os resultados possíveis se encontram entre o intervalo 1 e 0. Esta define se será adotada uma pior configuração de parâmetros em busca de mínimos globais. Como apresentado a seguir, a função Temperatura depende apenas do número de iterações, sendo que, quanto mais iterações são realizadas, menor é a chance de aceitar uma configuração de parâmetros ruins. O resultado dessa função é comparado ao valor controle, obtido aleatoriamente em um intervalo de 1 a 0.

$$1 - \left(\frac{i + 1}{niter} \right)$$

Sendo *i* o número da iteração atual e *niter* o número de iterações total.

Como a cada iteração o resultado da função é menor, quanto mais iterações, menor será a chance de ser adotada uma configuração pior. Ao método, também foi implementado por Ramos (2016), uma função memória capaz de guardar a melhor solução obtida durante todo o processo para que não haja seu descarte.

De acordo com Ramos (p. 45, 2016), a sequência de execução do algoritmo de *simulated annealing* é:

1. Geração de n furos aleatórios, de forma que todos possuam ao menos uma amostra com teor de cobre;
2. Realização da simulação com base na amostragem atualizada;
3. Cálculo da função objetivo sobre a simulação dos dados atualizados;
4. Início das m iterações;
5. Cálculo da temperatura da iteração;
6. Perturbação aleatória na posição dos novos furos;
7. Conferencia da nova posição dos furos. Havendo furo vazio, este é movido novamente até que possua ao menos uma amostra na mineralização;
8. Simulação dos dados amostrais originais adicionando-se os novos;
9. Cálculo da função objetivo;
10. Comparar o resultado da função com o melhor valor já obtido (memória), se houver diminuição o valor é atualizado e a configuração é considerada a melhor;
11. Comparar o resultado com o ótimo até a iteração, havendo diminuição, este valor é considerado o novo ótimo e sua configuração é armazenada;
12. Se o valor for maior que o considerado ótimo, calcula-se o valor de controle, obtido aleatoriamente entre 0 e 1;
13. No caso do valor da temperatura ser maior que o do controle o valor do ótimo será atualizado assim como sua configuração;
14. Repetir os passos de 5 a 13 até que a última (m -ésima) iteração seja realizada;
15. Retorna a posição Leste, Norte e Cota da boca dos n furos considerados ótimo com o valor da função objetivo desta configuração, e a memória do melhor valor obtido durante a otimização com a configuração de boca de furos.

Tal processo pode ser visualizado no fluxograma na figura 3.

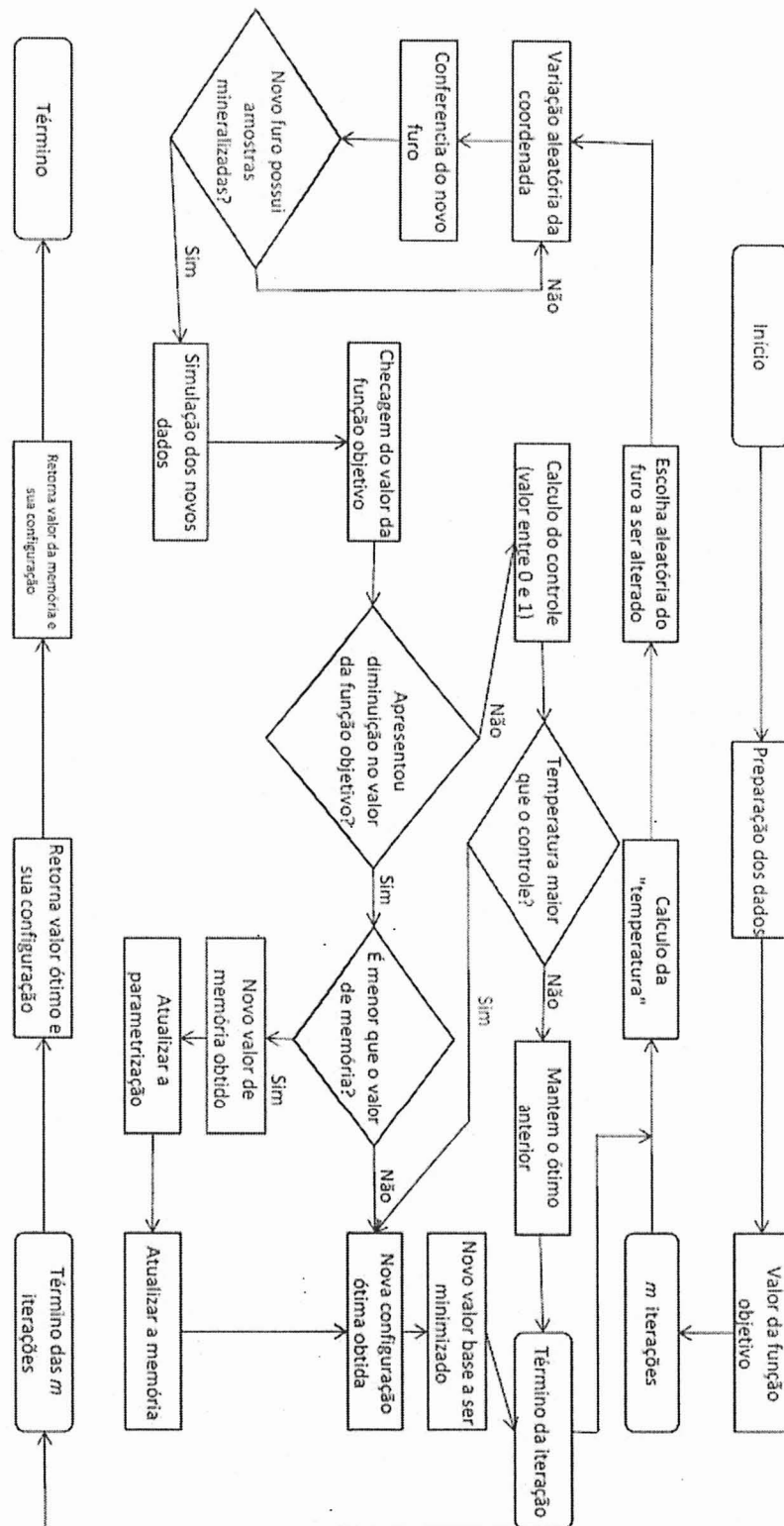


Figura 3 – Fluxograma da otimização usando simulated annealing. Fonte: Ramos (p. 46, 2016).

que pode influenciar nos resultados, uma vez que a krigagem é calculada baseada nos pontos mais próximos.

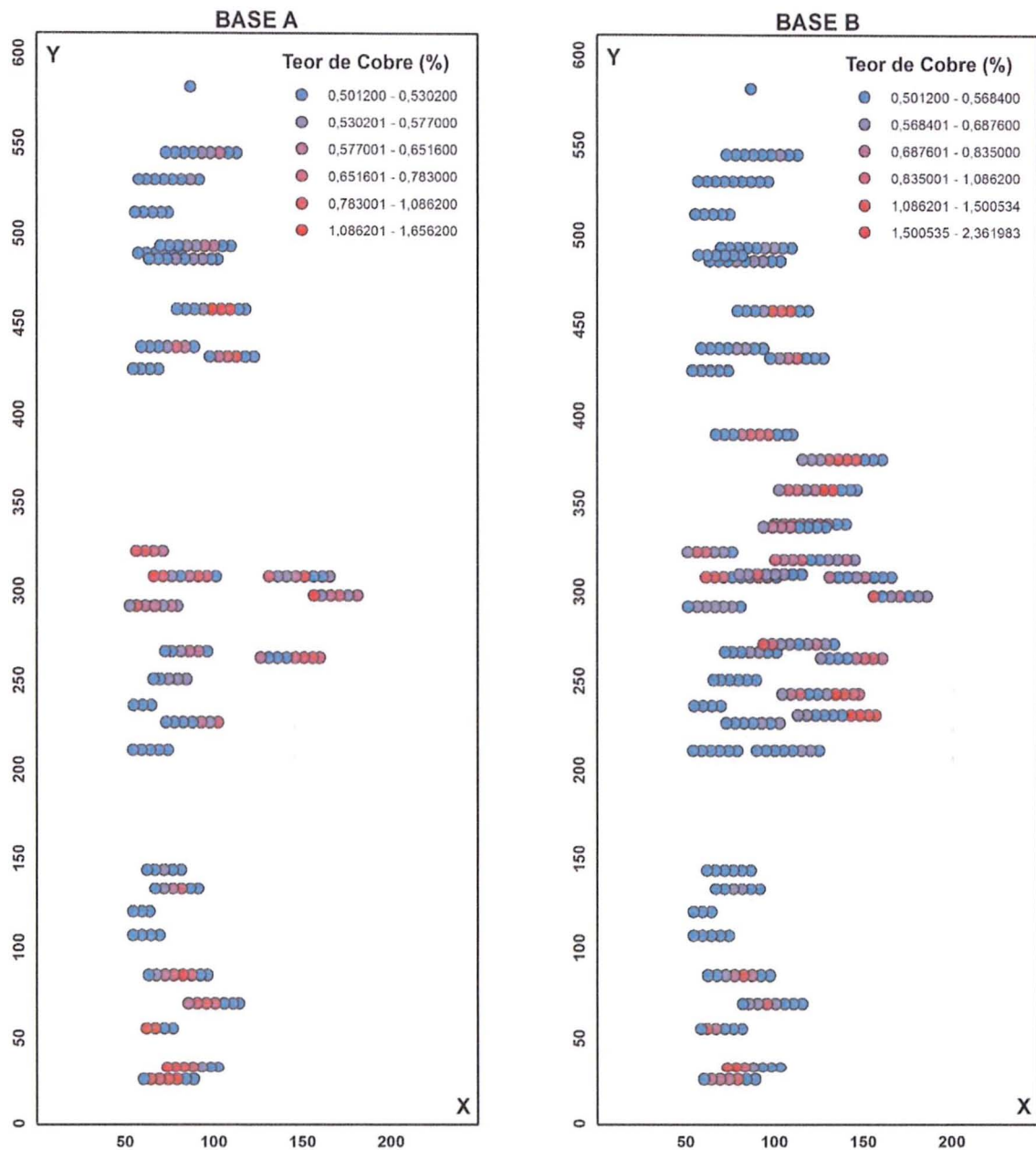


Figura 5: Distribuição dos pontos na malha da base A (esquerda) e B (direita), com escala colorida representando o teor de cobre.

Por meio dos histogramas e frequências acumuladas, figuras 6 e 7, percebe-se que tanto a base A quanto a B apresentam uma forte assimetria positiva, em que há maior frequência de amostras com teores baixos. Por outro lado, devido ao aumento do número de

furos na base B, o teor máximo aumentou, ainda que com baixa frequência, que será refletido na estatística descritiva.

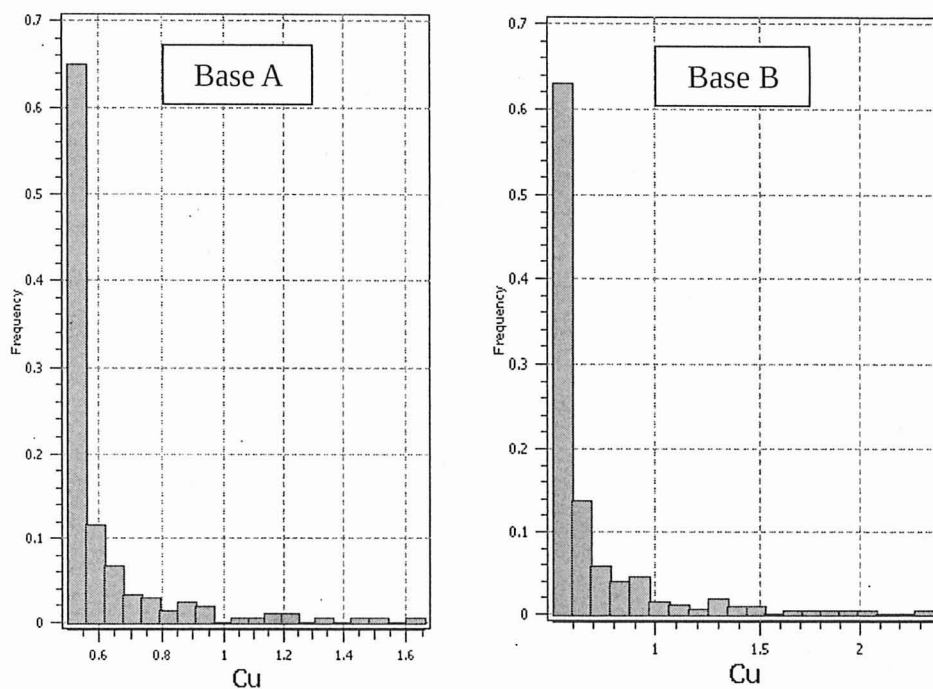


Figura 6: Histogramas de teor de cobre x frequência, referentes as bases A e B.

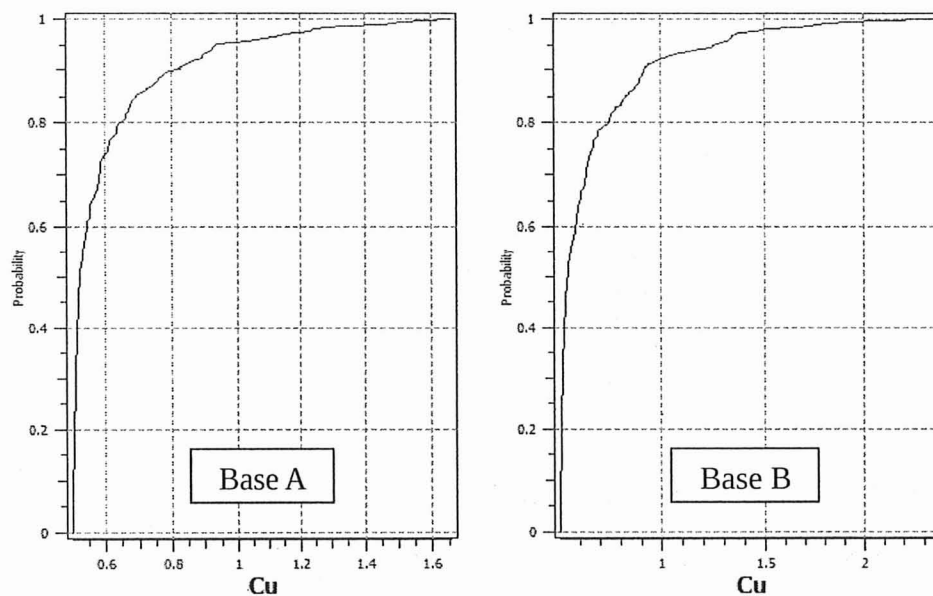


Figura 7: Distribuição acumulada, referentes as bases A e B.

Comparando as duas bases na tabela 2, observa-se um aumento de 120 novas amostras. Com o aumento de informações é esperado que os dados apresentem maior representatividade do depósito. Tanto a média quanto a variância aumentaram, devido ao aumento do teor máximo e também à dispersão dos pontos, observado anteriormente nos histogramas.

Tabela 2: Estatísticas descritivas das bases A e B.

Estatística Descritiva			
Base A		Base B	
Amostras	208	Amostras	328
Média	0,604876	Média	0,657005
Variância	0,0351538	Variância	0,715605
Desvio Padrão	0,1874934	Desvio Padrão	0,2675079
Coef. de Variação	30,99701	Coef. de Variação	40,71627
Máximo	1,6562	Máximo	2,36198
Quartil Superior	0,607	Quartil Superior	0,667397
Mediana	0,5242	Mediana	0,5415
Quartil Inferior	0,5086	Quartil Inferior	0,511
Mínimo	0,5012	Mínimo	0,5012

Nas bases A e B, foi realizado o estudo variográfico para a posterior realização da krigagem. Os variogramas experimentais e variogramas ajustados são apresentados nas figuras 8, 9, 10, 11, 12 e 13, seguidas dos parâmetros utilizados nas modelagens na tabela 3.

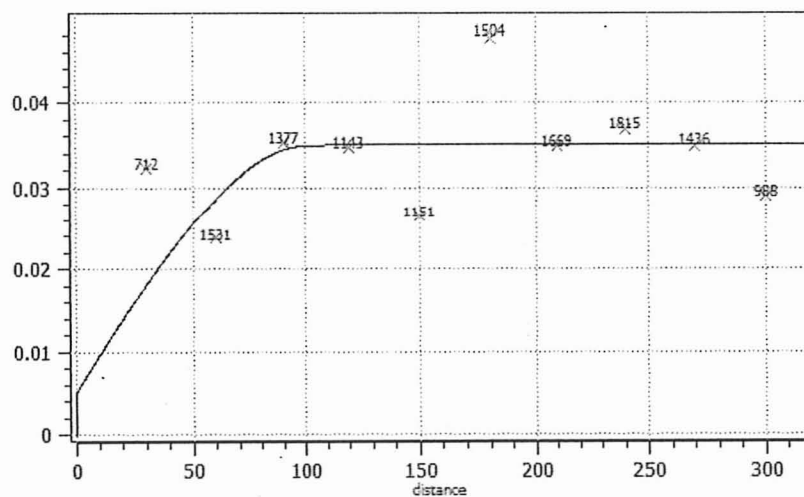


Figura 8: Base A - Variograma experimental e ajustado, Az=0 e Dp=0.

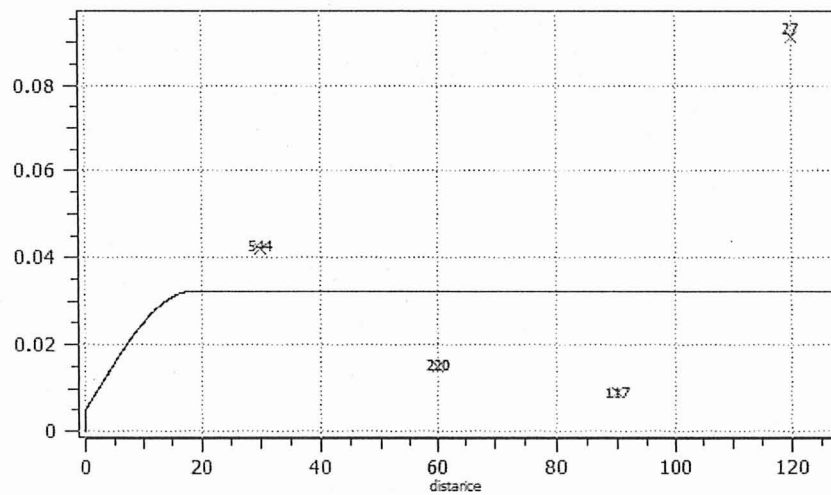


Figura 9: Base A - Variograma experimental e ajustado, $Az=0$ e $Dp=90$.

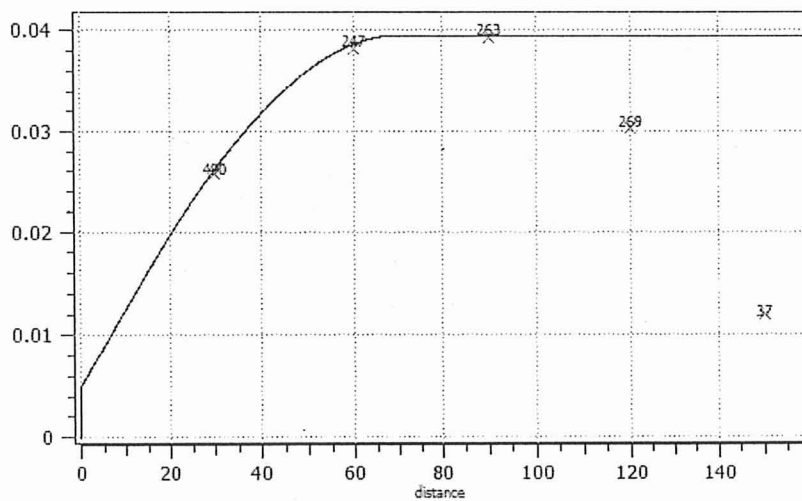


Figura 10: Base A - Variograma experimental e ajustado, $Az=90$ e $Dp=0$.

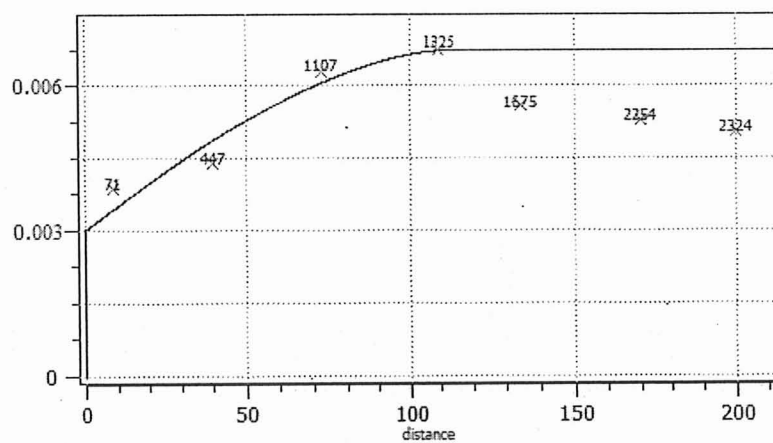


Figura 11: Base B - Variograma experimental e ajustado, $Az=0$ e $Dp=0$.

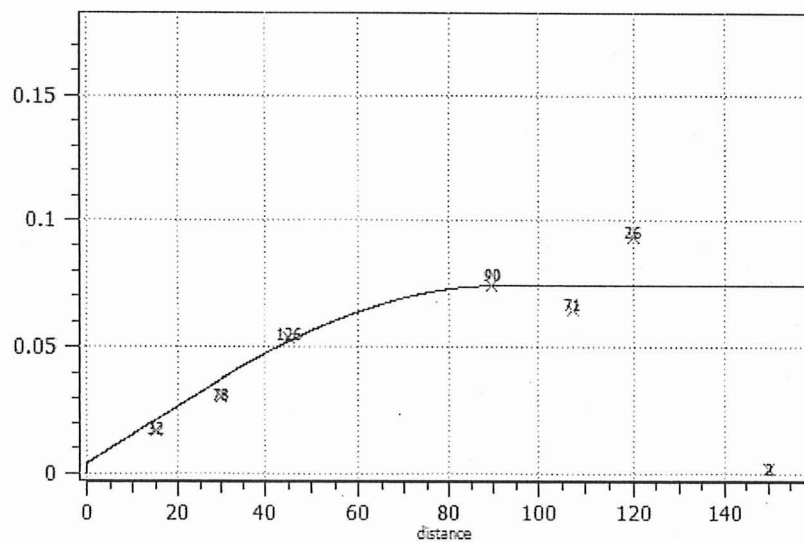


Figura 12: Base B - Variograma experimental e ajustado, Az=90 e Dp=0.

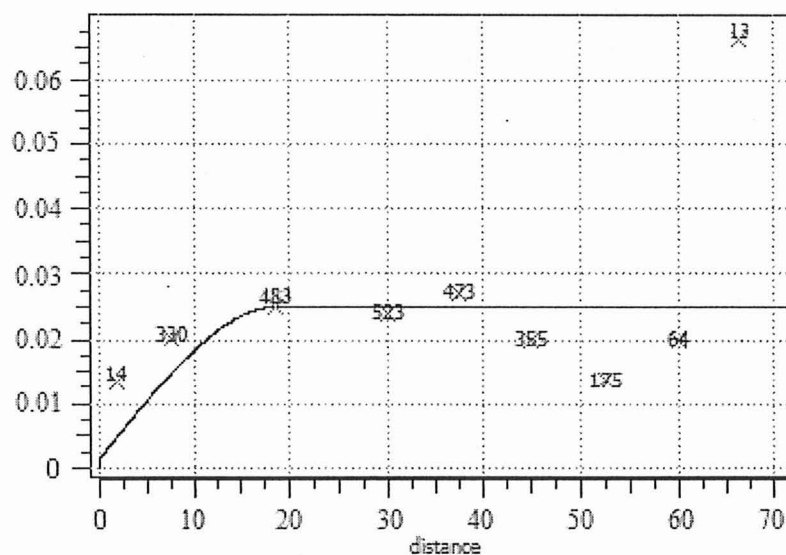


Figura 13: Base B - Variograma experimental e ajustado, Az=0 e Dp=90.

Tabela 3: Parâmetros de modelagem para base A e B.

Modelagem de Variograma						
	A			B		
Efeito pepita	0,005			0,003		
Tipo Esférico	Esférico			Esférico		
Estrutura	1	2	3	1	2	3
Patamar	0,027	0,003	0,0045	0,017	0,062	0,037
Eixo Maior	120	120	$+\infty$	117	117	$+\infty$
Eixo Médio	70	70	70	90	90	90
Eixo Menor	20	$-\infty$	$-\infty$	18	$-\infty$	$-\infty$

As dimensões do modelo de blocos utilizadas para a base A e B foram de 15 metros na direção X e Y e 5 na direção Z. Sendo o modelo de blocos composto por 10 blocos na direção X, 38 na direção Y e 21 na direção Z. O cálculo foi feito por meio da busca de, no mínimo, 3 octantes, com mínimo de 1 amostra e máximo de 2 amostras por octante. Não houve rotação devido aos parâmetros utilizados na modelagem do variograma teórico.

As estatísticas da krigagem em A e B são apresentadas, na tabela 4, bem como respectivos histogramas, distribuições de frequência acumulada e modelos de blocos, nas figuras 14, 15, 16 e 17.

Tabela 4: Parâmetros de modelagem para base A e B.

Estatística Descritiva					
Base A			Base B		
Amostras	208		Amostras	328	
Média	0,604876		Média	0,657005	
Variância	0,0351538		Variância	0,715605	
Desvio Padrão	0,1874934		Desvio Padrão	0,2675079	
Coef. de Variação	30,99701		Coef. de Variação	40,71627	
Máximo	1,6562		Máximo	2,36198	
Quartil Superior	0,607		Quartil Superior	0,667397	
Mediana	0,5242		Mediana	0,5415	
Quartil Inferior	0,5086		Quartil Inferior	0,511	
Mínimo	0,5012		Mínimo	0,5012	

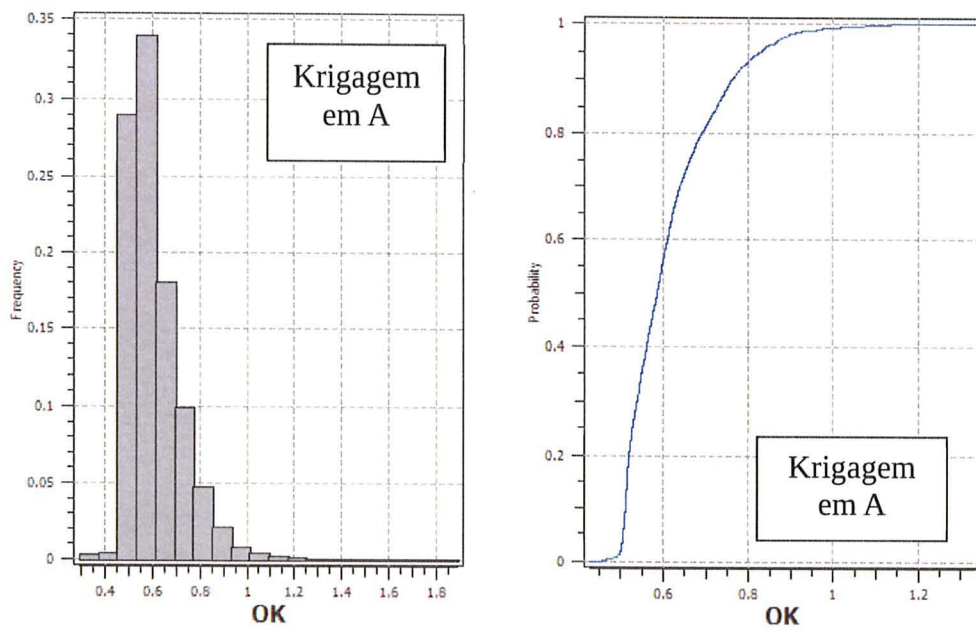


Figura 14: Histograma e distribuição acumulada da krigagem em A.

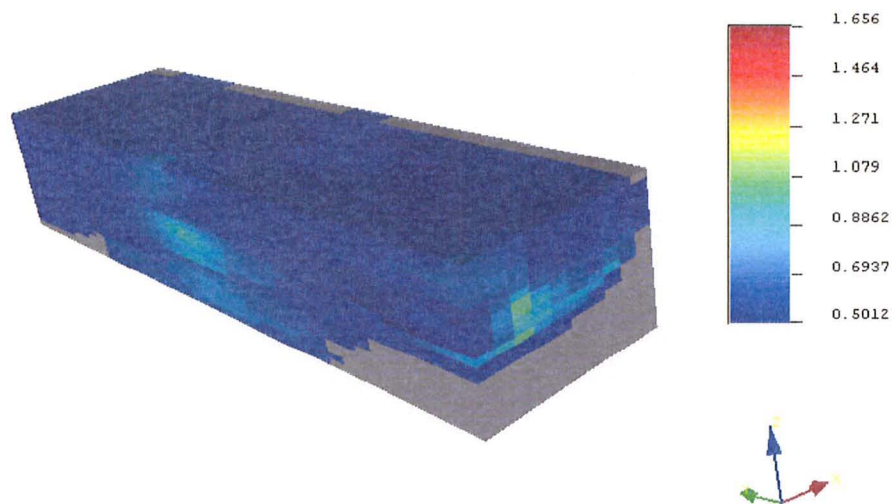


Figura 15: Modelo de blocos da krigagem em A.

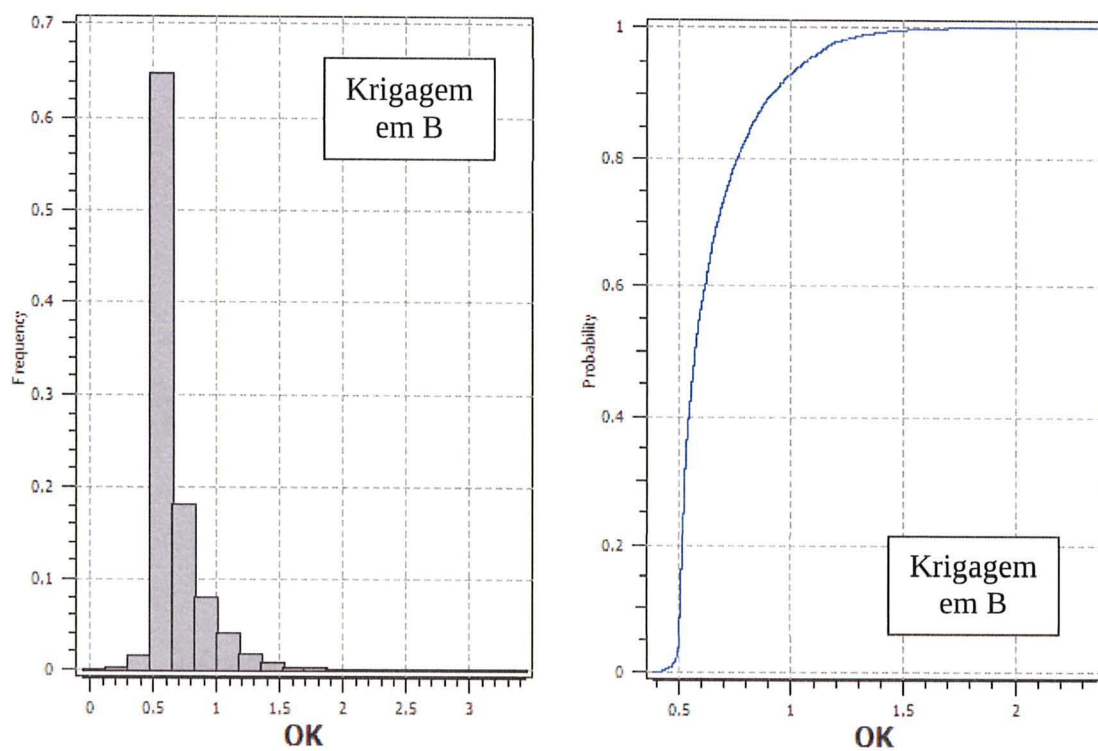


Figura 17: Histograma e distribuição acumulada da krigagem em B.

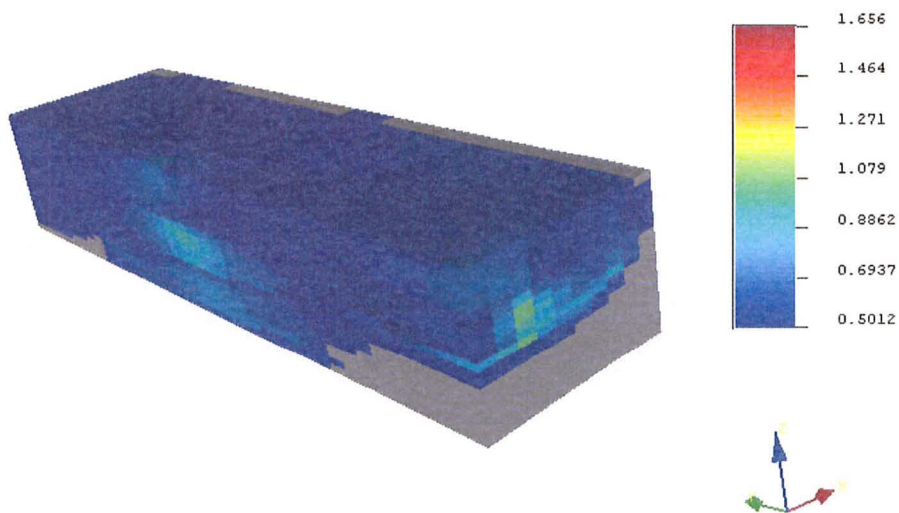


Figura 16: Modelo de blocos da krigagem em B.

Após isto, foi aplicado o infill em A e B utilizando parâmetros semelhantes aos da krigagem, como configuração de elipsóide e dimensões do modelo de bloco, buscando minimizar a variância dos blocos durante a execução da função infill.

Do processo foram geradas duas novas base de dados, base A com infill, denominada A', com 41 furos, e 268 amostras; e, B com infill, denominada B', com 52 furos, e 389 amostras.

Os mapas em planta das bases A' e B' são apresentados na figura 18.

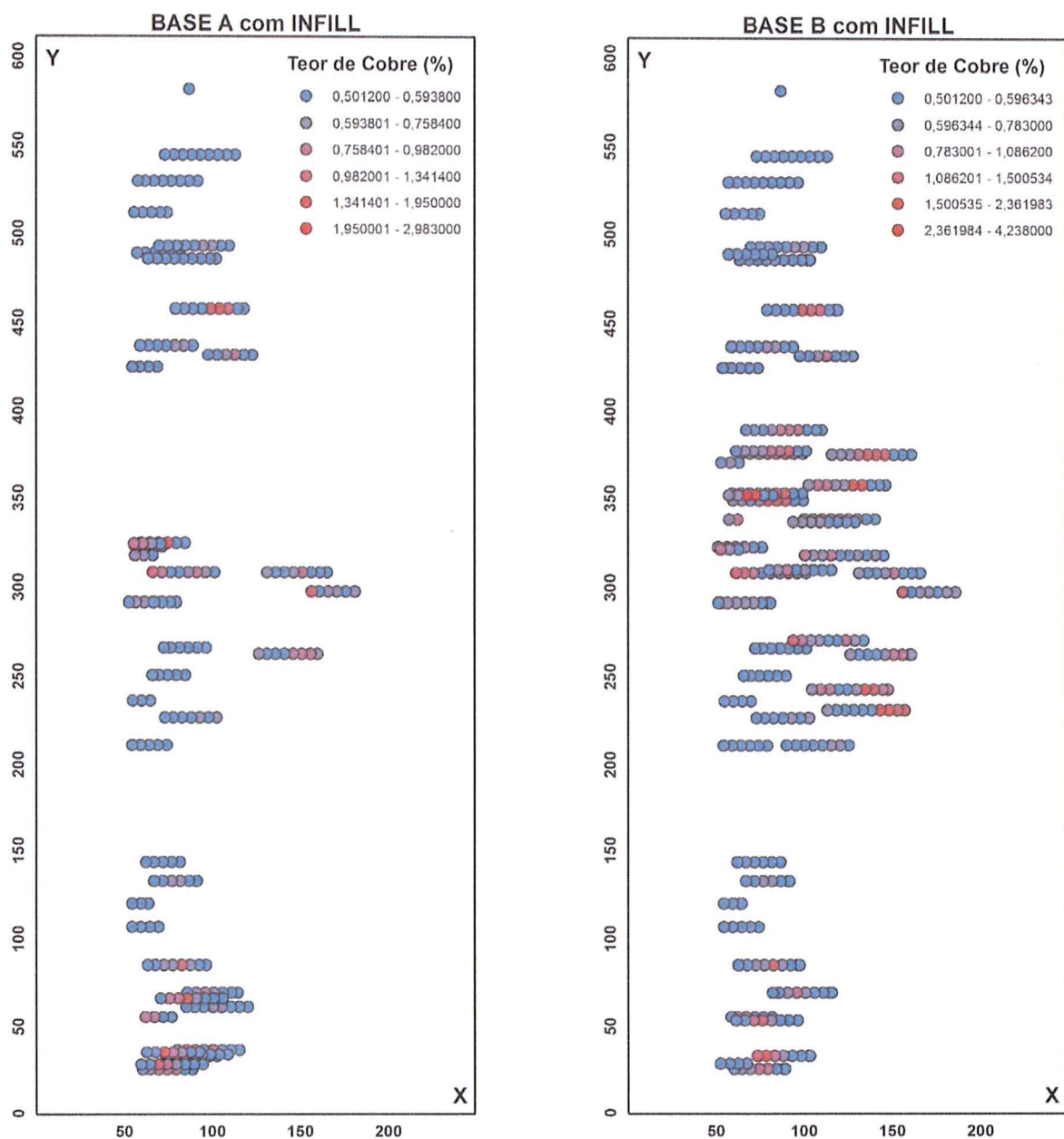


Figura 18: Distribuição dos pontos na malha da base A' (esquerda) e B' (direita), com escala colorida representando o teor de cobre.

Os respectivos histogramas e distribuições acumuladas são apresentados nas figuras 19 e 20, bem como as estatísticas descritivas, tabela 5.

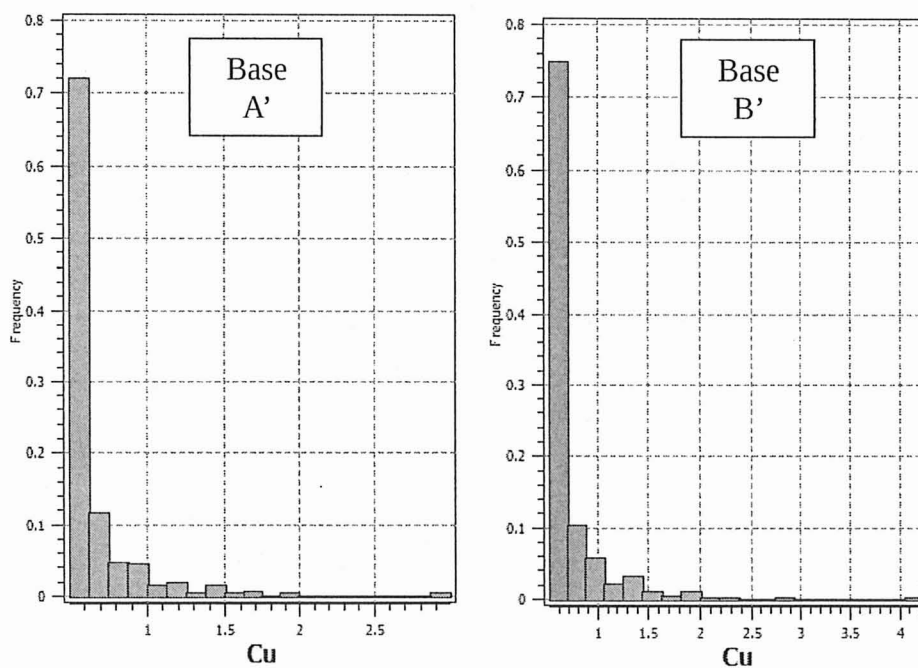


Figura 19: Histogramas de teor de cobre x frequência, referentes as bases A' e B'.

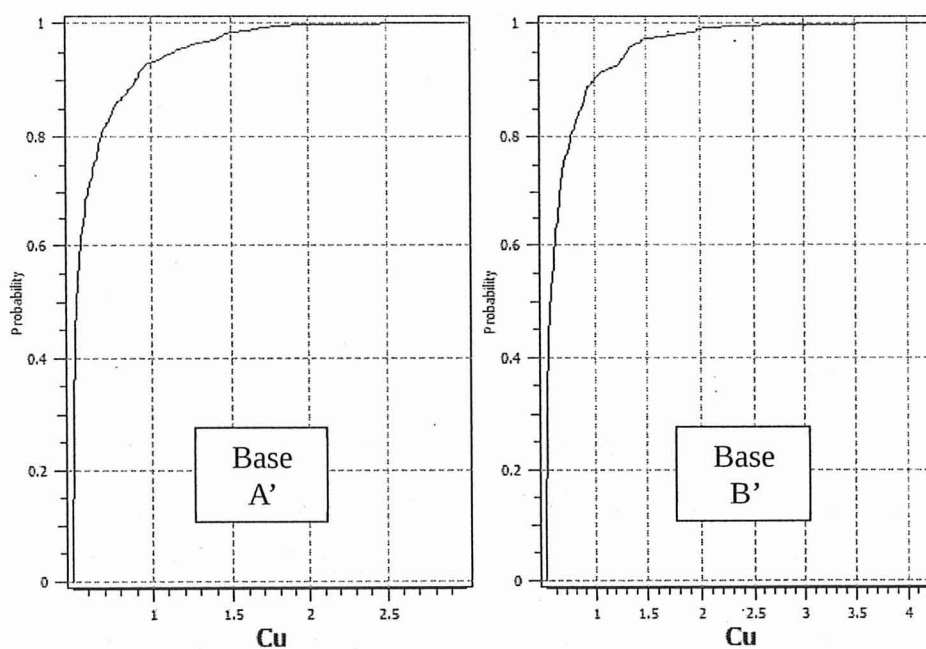


Figura 20: Distribuição acumulada, referentes as bases A' e B'.

Tabela 5: Estatísticas descritivas das bases A' e B'.

Estatística Descritiva			
Base A'		Base B'	
Amostras	268	Amostras	389
Média	0,639239	Média	0,686462
Variância	0,0720813	Variância	0,123401
Desvio Padrão	0,2684796	Desvio Padrão	0,3512848
Coef. de Variação	41,99988	Coef. de Variação	51,173233
Máximo	2,983	Máximo	4,238
Quartil Superior	0,6416	Quartil Superior	0,6922
Mediana	0,5308	Mediana	0,5536
Quartil Inferior	0,51	Quartil Inferior	0,512
Mínimo	0,5012	Mínimo	0,5012

Também nas bases A' e B', realizou-se o estudo variográfico a fim de obter os parâmetros para a realização da krigagem. Os variogramas experimentais e variogramas ajustados são apresentados, figuras 21, 22, 23, 24, 25 e 26, seguidos dos parâmetros utilizados nas modelagens na tabela 6.

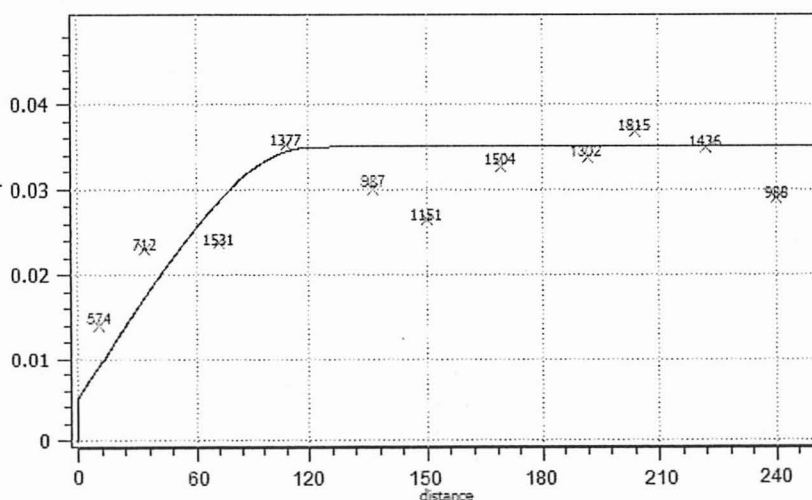


Figura 21: Base A' - Variograma experimental e ajustado, $Az=0$ e $Dp=0$.

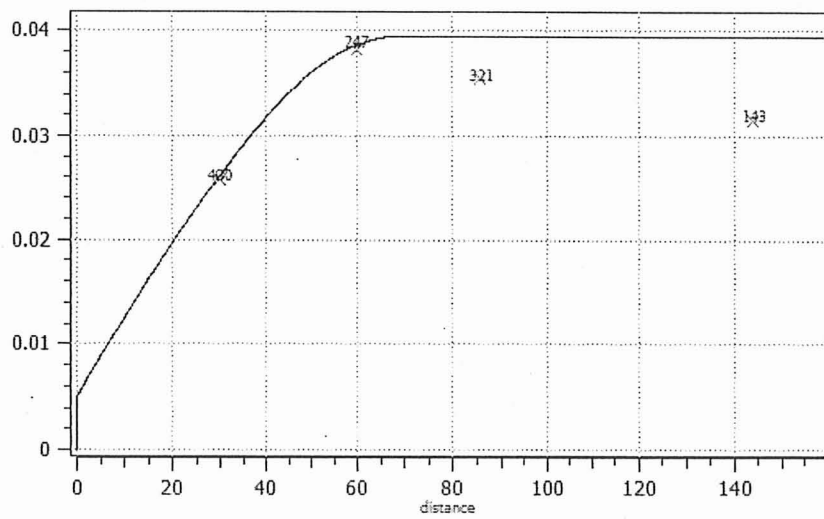


Figura 22: Base A' - Variograma experimental e ajustado, Az=90 e Dp=0.

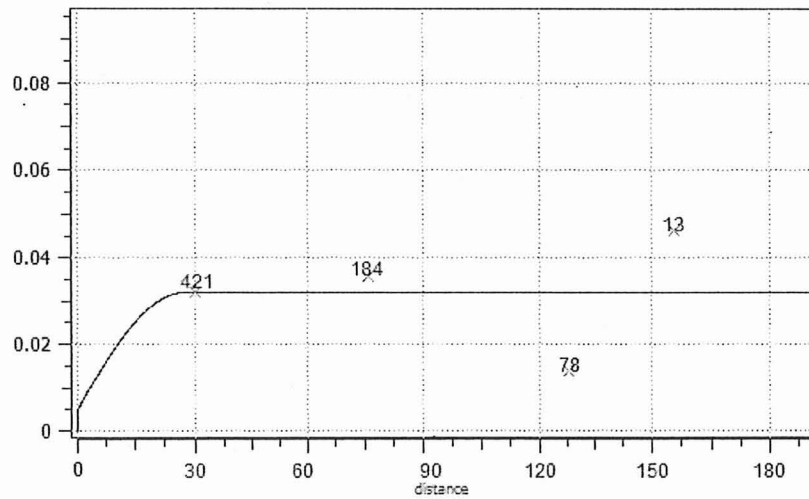


Figura 23: Base A' - Variograma experimental e ajustado, Az=0 e Dp=90.

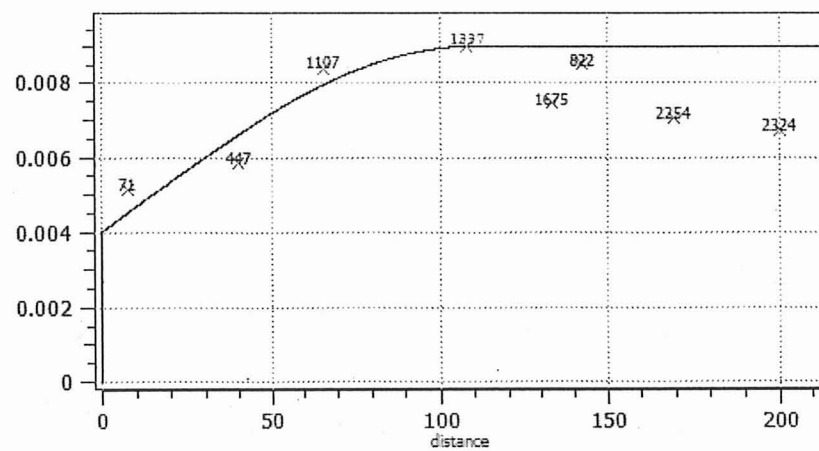


Figura 24: Base B' - Variograma experimental e ajustado, Az=0 e Dp=0.

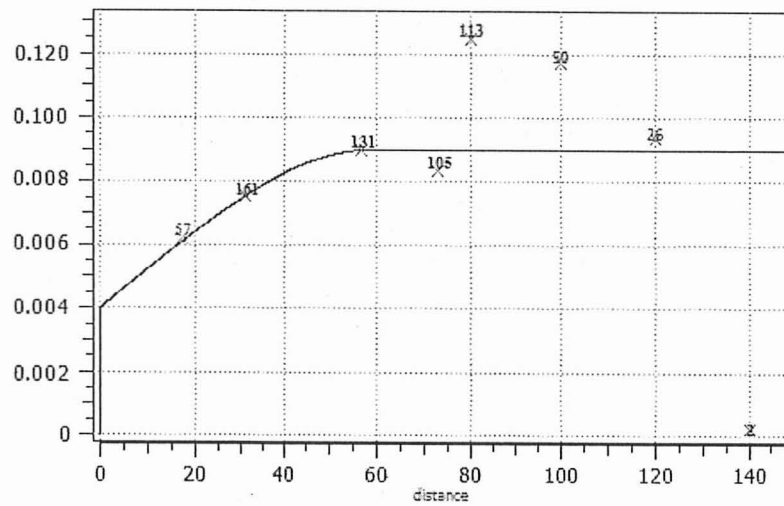


Figura 25: Base B' - Variograma experimental e ajustado, Az=90 e Dp=0.

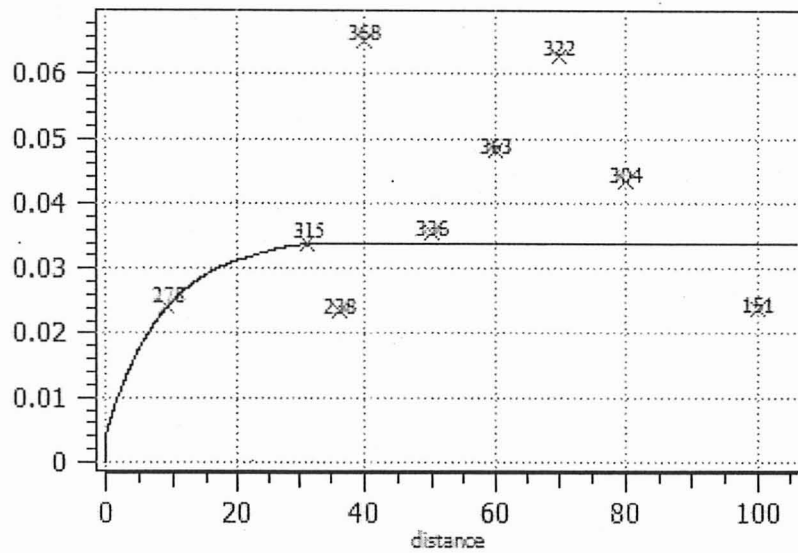


Figura 26: Base B' - Variograma experimental e ajustado, Az=0 e Dp=90.

Tabela 6: Estatísticas descritivas das krigagens bases A' e B'.

Modelagem de Variograma						
	A'			B'		
Efeito pepita	0,005			0,004		
Tipo Esférico	Esférico			Esférico		
Estrutura	1	2	3	1	2	3
Patamar	0,014	0,03	0,005	0,025	0,062	0,024
Eixo Maior	130	130	$+\infty$	110	110	$+\infty$
Eixo Médio	60	60	60	60	60	60
Eixo Menor	30	$-\infty$	$-\infty$	25	$-\infty$	$-\infty$

Os histogramas e as distribuições acumuladas da krigagem em A' e B', são apresentados nas figuras 27 e 28, e, os respectivos modelos de blocos, figuras 29 e 30.

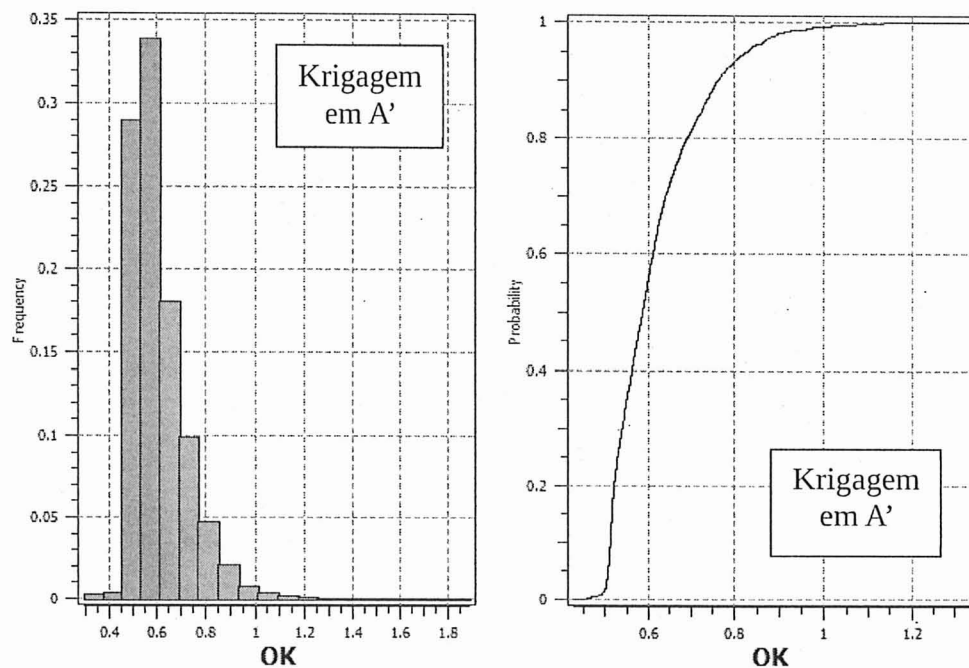


Figura 27: Histograma e distribuição acumulada da krigagem em A'.

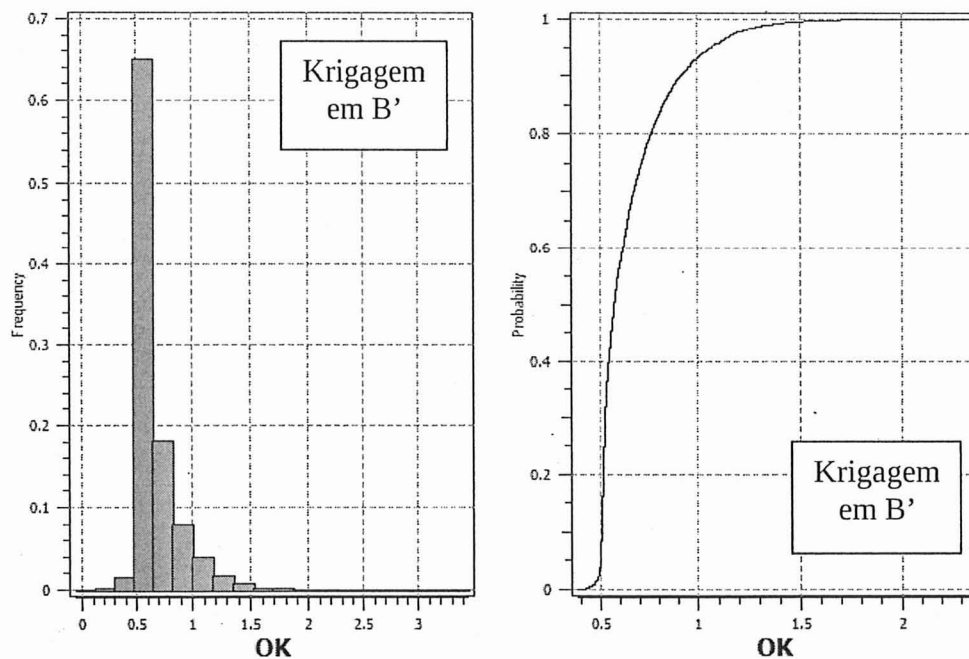


Figura 28: Histograma e distribuição acumulada da krigagem em B'.

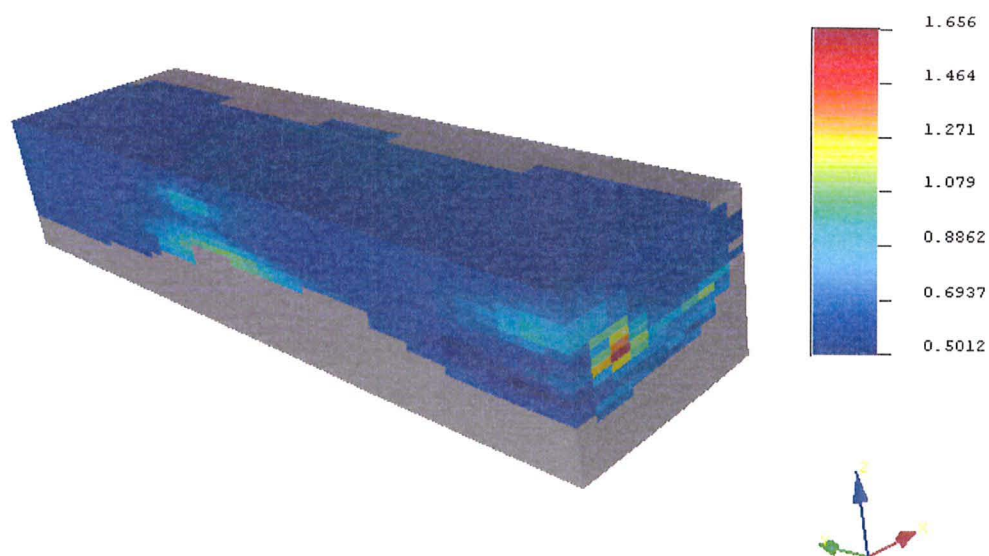


Figura 29: Modelo de blocos da krigagem em A'.

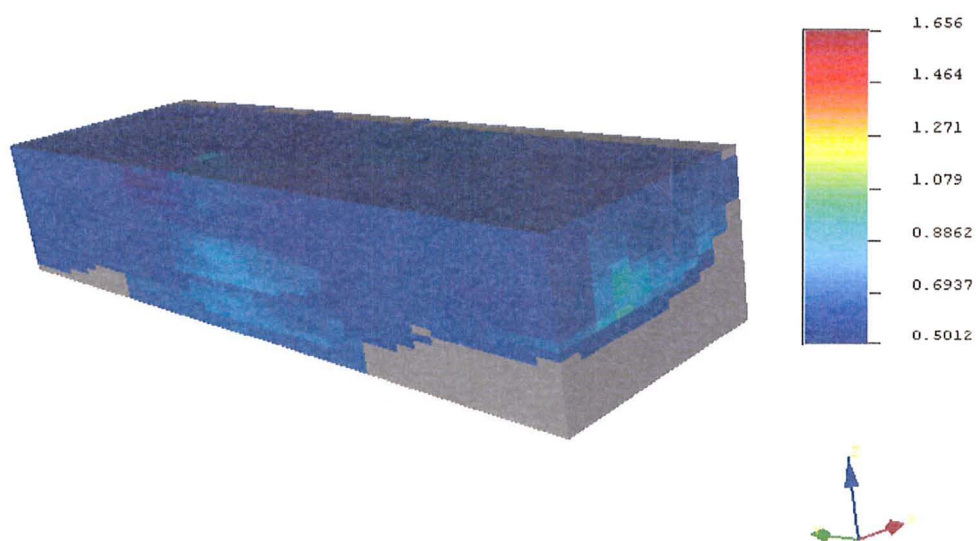


Figura 30: Modelo de blocos da krigagem em B'.

O modelo de blocos para realização da krigagem em A' e B' foi o mesmo utilizado para A e B. O cálculo também foi feito por meio da busca de no mínimo 3 octantes, com mínimo de 1 amostra e máximo de 2 amostras por octante. Não houve necessidade da rotação devido aos parâmetros utilizados na modelagem do variograma teórico.

VII. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Comparando os dados reais (tabela 1) com as bases originais (tabela 2) observa-se que as medidas de dispersão da base A se mostram inferiores aos dados reais. Por outro lado, a base B, apresenta valores um pouco mais próximos dos reais, o mesmo acontece com a base A'. Quanto às medidas de posição percebe-se também uma pequena aproximação dos valores da média quando aplicado o *infill*, e afastamento dos valores da mediana.

Analisando mais detalhadamente a base A, observa-se nas estatísticas descritivas, uma alteração nos valores de máximos e mínimos das bases após aplicar o *infill* em A, se aproximando dos valores reais de máximo e mínimo. Isto também é percebido desde o *infill* utilizado por Ramos (2016) para gerar a base B. Estas alterações influenciam também os valores de dispersão, variância, desvio padrão e coeficiente de variação. Em uma primeira análise podemos afirmar que o *infill* está gerando dados mais representativos do depósito.

Aplicando a técnica da krigagem ordinária percebe-se alterações sutis da média, porém sem padrão de aproximação ou distanciamento dos valores reais. Pode ser observado também alterações mais evidentes da mediana se distanciando dos valores reais. Quanto as medidas de dispersão, em todos os casos de krigagem, houve diminuição de valores, indicando um leve efeito de homogeneização dos valores e ligeira perda de representatividade.

Porém, ao compararmos apenas os resultados das krigagens entre si, a gerada pela aplicação do *infill* duas vezes, partindo da base B', revelou os valores mais próximos dos valores reais e também gerou a maior quantidade de valores estimados. Tais resultados implicam em estimativas mais precisas, acarretando maior segurança para o empreendimento.

Conclui-se, portanto, que a utilização do *infill* se apresenta muito eficiente em garantir a obtenção de dados que melhor representem os valores reais do depósito, possibilitando uma estimativa com maior precisão. Com o auxílio da função *infill* obtém-se uma escolha da localização de novos furos mais criteriosa, resultando em dados de qualidade maior e, por isso, mais úteis para as posteriores estimativas. Como exemplificado pelos resultados da krigagem da base B', é de muita valia para o empreendedor a utilização da função *infill* na base de dados original antes de seguir com os procedimentos de estimativa e modelagem convencionais.

VIII. REFERÊNCIAS

- CASERTA, M.; VOß, S. (2009). Metaheuristics: intelligent problem solving. In: Matheuristics. Springer US. p. 1-38.
- DEUTSCH, C. V., & JOURNAL, A. G. (1998). Geostatistical software library and user's guide. Oxford University Press, New York.
- JOURNAL, A. G.; HUIJBREGTS, J. C. H. Mining geostatistics. New York: Academic Press, 1978. 600p.
- RAMOS, G. Z. (2016). Otimização do *infill* para redução das incertezas em um depósito sintético de cobre. Tese (Mestrado). São Paulo: Instituto de Geociências, USP.
- ROMEIJN, H. E. (2009). Random Search Methods; in Encyclopedia of Optimization. Springer, New York, p. 3245-3251.
- SNYMAN, J. (2005). Practical mathematical optimization: an introduction to basic optimization theory and classical and new gradient-based algorithms (Vol. 97). Springer Science & Business Media.
- TAKAFUJI, E. H. M. (2015). Estudo comparativo entre a simulação sequencial gaussiana e a simulação baseada em *wavelets* aplicado a quantificação de minério de Cu em um depósito sintético. Tese (Mestrado). São Paulo: Instituto de Geociências, USP.
- YAMAMOTO, J. K. (2001) Avaliação e classificação de reservas minerais. Vol. 38. Edusp.
- YAMAMOTO, J. K. (2002) Curso de geoestatística aplicada. São Paulo: material didático IGc USP.
- YAMAMOTO, J. K., & Landim, P. M. B. (2015). Geoestatística: conceitos e aplicações. Oficina de Textos.